**Группа Т-22 предмет «Математика»**

**08.09.2020 г.**

**Сюткина Надежда Юрьевна**

**Ответы отправлять на электронную почту: sytkinan@mail.ru**

Задание: ознакомиться с лекцией, выполнить практическую работу № 2

**Тема: Исследуем функцию с помощью производной**

Исследуем функцию – зачем?

Для чего нам исследовать функцию с помощью производной? Затем, чтобы лучше понять, как выглядит ее график. Да, сейчас в учебниках перед вами готовые графики к хорошо изученным элементарным функциям. Но в реальных «полевых» условиях дело зачастую обстоит с точностью до наоборот: незнакомая функция и пока не существующий график. И не все функции такие простые, как в учебниках. Их графики одной лишь силой воображения представить невозможно.

При помощи производной можно определить:

* + - на каких интервалах график функции убывает и возрастает (исследуем монотонность);
    - минимальные и максимальные значения производной (исследуем на экстремумы);
    - наибольшее и наименьше значение функции, которая непрерывна на отрезке.

Сложность таких заданий зависит в первую очередь от того, какая функция попадется вам по условию. Но общий алгоритм действий останется для вас неизменным в любом случае. Вот и давайте разберем все по порядку.

**Монотонность функции.** Проще говоря, определение участков, на которых функция остается неизменной, т.е. «монотонной». А изменяется функция в критических точках, но про это ниже.

Порядок действий:

* + 1. Обозначьте область определения функции, на каких интервалах она является непрерывной.
    2. Найдите производную.
    3. Найдите критические точки.
    4. Определите знак производной и характер ее изменений на интервалах, которые отмеряют критические точки (руководствуясь достаточными условиями монотонности).
    5. Запишите промежутки монотонности.

Функция возрастает, если большее значение функции соответствует большему значению аргумента: х2 > х1 и f(х2) > f(х1) на выбранном интервале. График при этом движется снизу вверх.

Функция убывает, если меньшее значение функции соответствует большему значению аргумента: х2 > х1 и f(х2) < f(х1) на выбранном интервале. График движется сверху вниз.

Поскольку функция возрастает и убывает в рамках интервала, ее можно назвать строго монотонной. А исследование функции на монотонность предполагает, что речь идет как раз об интервалах строгой монотонности.

Функция также может не убывать на интервале: f(х2) ≥ f(х1) – неубывающая функция. И аналогичным образом не возрастать на интервале: f(х2) ≤ f(х1) – невозрастающая функция.

Достаточные условия монотонности функции:

* + - условие возрастания: если на выбранном интервале в каждой точке производная больше нуля (f'(х) > 0), то функция на этом интервале монотонно возрастает;
    - условие убывания: если на выбрано интервале в каждой точке производная меньше нуля (f'(х) < 0), то функция на этом интервале монотонно убывает;
    - условие постоянства (оно не только достаточное, но и необходимое): функция постоянна на выбранном интервале, когда производная равна нулю (f'(х) = 0) в каждой его точке.

**Критической точкой** называют ту, в которой производная равна нулю или ее значения не существует. Она может одновременно являться точкой экстремума, но может ею и не быть. Но об этом дальше.

**Экстремумы функции.** Т.е. такие значения переменной, при которой которых функция достигает своих максимальных и минимальных значений.

Порядок действий:

* + - Обозначьте область определения функции, на каких интервалах она является непрерывной.
    - Найдите производную.
    - Найдите критические точки.
    - Определите, являются ли критические точки точками экстремумов (опираясь на достаточное условие экстремума).
    - Запишите экстремумы.

Необходимое условие экстремума:

* + - Если х0 – точка экстремума функции, то она является одновременно и критической точкой, в которой производная равна нулю или не существует.

Как уже говорилось выше, точка экстремума может и не совпадать с критической точкой. Например, для функции у = х3 (рис.1), у =│х│(рис 2.), у = 3√х точка экстремума отсутствует в критической точке.

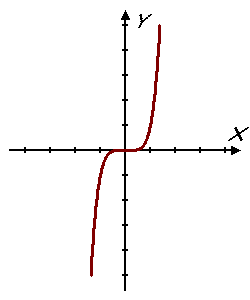


рис.1

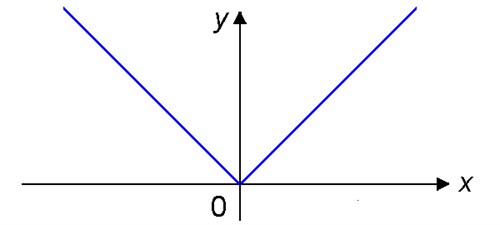


рис.2

Достаточное условия экстремума:

* + - Если в точке х0 функция является непрерывной, а ее производная меняет в ней знак, то х0 – точка экстремума функции.

Если при переходе через точку х0 изменяется знак производной с «+» на «-», то в данной точке функция достигает своего максимума: f'(х) > 0 при х < х0  и f'(х) < 0 при х > х0.

Если при переходе через точку х0 изменяется знак производной с «-» на «+», то в данной точке функция достигает своего минимума: f'(х) < 0 при х < х0 и f'(х) > 0 при х > х0 .

На графике точки экстремума отражают значения по оси Х, а экстремумы – значения по оси У. Их еще называют *точками* *локального экстремума* и *локальными экстремумами*. Но прямо сейчас знание о различиях между локальными и *глобальными* экстремумами вам не потребуется, поэтому останавливаться на этом не будем.

Максимум и минимум функции – не тождественные понятия с ее наибольшим и наименьшим значением. О том, что же этакое, ниже.

**Наибольшее и наименьше значение функции, которая непрерывна на отрезке.** Мы рассматриваем функцию на выбранном отрезке. Если функция в его пределах является непрерывной, то ее наибольшее и наименьшее значение на отрезке приходятся либо на критические точки, которые ему принадлежат, либо на точки на его концах.

Порядок действий:

* + 1. Найдите производную.
    2. Найдите критические точки в пределах отрезка.
    3. Вычислите значение функции в критических точках и на концах отрезка.
    4. Из полученных значений выберите наибольшее и наименьшее.

Практическая работа № 2

**Ответьте на контрольные вопросы:**

1. Что такое экстремум функции?

2. Может ли функция иметь несколько экстремумов?

3. Как вычислить наибольшее и наименьшее значения функции не интервале?