**Группа Т-22 предмет «Математика»**

**27, 29. 10.2020 г.**

**Сюткина Надежда Юрьевна**

**Ответы отправлять на электронную почту: sytkinan@mail.ru**

Задание: изучить лекцию, выполнить практические работы № 1,2

**Практическая работа № 16,17**

**Тема: «исследование функций с помощью производной»**

**Цель:** совершенствовать умения нахождения производной.

Количество часов – 4

**Как найти производную, как взять производную?** На данном уроке мы научимся находить производные функций. Но перед изучением данной страницы я настоятельно рекомендую ознакомиться с методическим материалом Горячие формулы школьного курса математики. Справочное пособие можно открыть или закачать на странице [**Математические формулы и таблицы**](http://www.mathprofi.ru/matematicheskie_formuly.html). Также оттуда нам потребуется  Таблица производных, ее лучше распечатать, к ней часто придется обращаться, причем, не только сейчас, но и в оффлайне.

Есть? Приступим. У меня для Вас есть две новости: хорошая и очень хорошая. Хорошая новость состоит в следующем: чтобы научиться находить производные, совсем не обязательно знать и понимать, [**что такое производная**](http://www.mathprofi.ru/opredelenie_proizvodnoi_smysl_proizvodnoi.html). Более того, определение производной функции, математический, физический, геометрический смысл производной целесообразнее переварить позже, поскольку качественная проработка теории, по моему мнению, требует изучения ряда других тем, а также некоторого практического опыта. И сейчас наша задача освоить эти самые производные технически. Очень хорошая новость состоит в том, что научиться брать производные не так сложно, существует довольно чёткий алгоритм решения (и объяснения) этого задания.

Собственно, сразу рассмотрим пример:

Пример 1

Найти производную функции http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image002.gif

Решение: http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image004.gif

Это простейший пример, пожалуйста, найдите его в таблице производных элементарных функций. Теперь посмотрим на решение и проанализируем, что же произошло? А произошла следующая вещь: у нас была функция http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image002_0000.gif, которая в результате решения превратилась в функцию http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image006.gif.

Говоря совсем просто, **для того чтобы найти производную функции, нужно по определенным правилам превратить её в другую функцию**. Посмотрите еще раз на таблицу производных – там функции превращаются в другие функции. Единственным исключением является экспоненциальная функция http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image008.gif, которая превращается сама в себя.   **Операция нахождения производной называется дифференцированием**.

**Обозначения**: Производную обозначают http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image010.gif или http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image012.gif.

**ВНИМАНИЕ, ВАЖНО!** Забыть поставить штрих (там, где надо), либо нарисовать лишний штрих (там, где не надо) – **ГРУБАЯ ОШИБКА!** Функция и её производная – это две разные функции!

Вернемся к нашей таблице производных. Из данной таблицы желательно **запомнить наизусть**: правила дифференцирования и производные некоторых элементарных функций, особенно:

производную константы:  
http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image014.gif, где http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image016.gif – постоянное число;

производную степенной функции:  
http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image018.gif,  в частности: http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image020.gif, http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image022.gif, http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image024.gif.

Зачем запоминать? Данные знания являются элементарными знаниями о производных. Кроме того, это наиболее распространенные формулы, которыми приходится пользоваться практически каждый раз, когда мы сталкиваемся с производными.

В реальности простые табличные примеры – редкость, обычно при нахождении производных сначала используются правила дифференцирования, а затем – таблица производных элементарных функций.

В этой связи переходим к рассмотрению **правил дифференцирования**:

**1) Постоянное число можно (и нужно) вынести за знак производной**

http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image026.gif, где http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image016_0000.gif – постоянное число (константа)

Пример 2

Найти производную функции http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image028.gif

Смотрим в таблицу производных. Производная косинуса там есть, но у нас http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image030.gif.

Решаем:

http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image032.gif

Самое время использовать правило, выносим постоянный множитель за знак производной:

http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image034.gif

А теперь превращаем наш косинус по таблице:

http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image036.gif

Ну и результат желательно немного «причесать» – ставим минус на первое место, заодно избавляясь от скобок:

http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image038.gif

Готово.

**2) Производная суммы равна сумме производных**

http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image040.gif

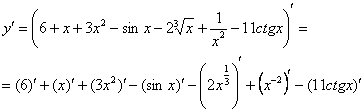
Пример 3

Найти производную функции http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image042.gif

Решаем. Как Вы, наверное, уже заметили, первое действие, которое всегда выполняется при нахождении производной, состоит в том, что мы заключаем в скобки всё выражение и ставим штрих справа вверху:

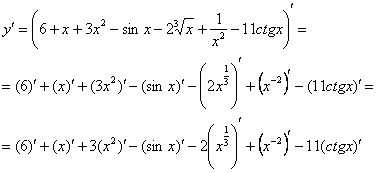
http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image044.gif

Применяем второе правило:



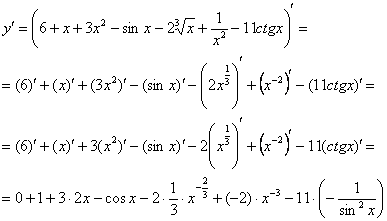
Обратите внимание, что для дифференцирования все корни, степени нужно представить в виде http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image048.gif, а если они находятся в знаменателе, то переместить их вверх. Как это сделать – рассмотрено в моих методических материалах.

Теперь вспоминаем о первом правиле дифференцирования – постоянные множители (числа) выносим за знак производной:

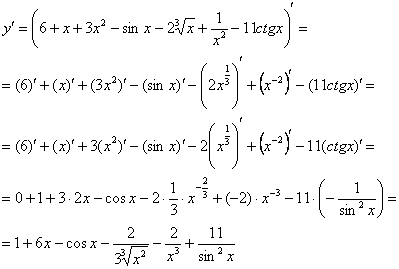


Обычно в ходе решения эти два правила применяют одновременно (чтобы не переписывать лишний раз длинное выражение).

Все функции, находящиеся под штрихами, являются элементарными табличными функциями, с помощью таблицы осуществляем превращение:



Можно всё оставить в таком виде, так как штрихов больше нет, и производная найдена. Тем не менее, подобные выражения обычно упрощают:



Все степени вида http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image048_0000.gif желательно снова представить в виде корней, степени с отрицательными показателями – сбросить в знаменатель. Хотя этого можно и не делать, ошибкой не будет.

Задание № 1

Найти производную функции http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image056.gif

**3) Производная произведения функций**

Вроде бы по аналогии напрашивается формула http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image058.gif…., но неожиданность состоит в том, что:

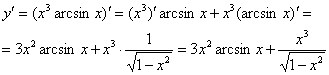
http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image060.gif

Эта необычное правило (как, собственно, и другие) следует из [**определения производной**](http://www.mathprofi.ru/opredelenie_proizvodnoi_smysl_proizvodnoi.html). Но с теорией мы пока повременим – сейчас важнее научиться решать:

Пример 5

Найти производную функции http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image062.gif

Здесь у нас произведение двух функций, зависящих от http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image064.gif.  
Сначала применяем наше странное правило, а затем превращаем функции по таблице производных:



Сложно? Вовсе нет, вполне доступно.

Пример 6

Найти производную функции http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image068.gif

В данной функции содержится сумма http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image070.gif и произведение двух функций –  квадратного трехчлена http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image072.gif  и логарифма http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image074.gif. Со школы мы помним, что умножение и деление имеют приоритет перед сложением и вычитанием.

Здесь всё так же.

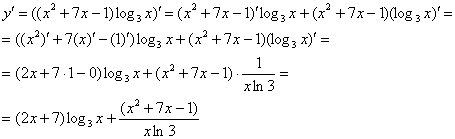
**Сначала** мы используем правило дифференцирования произведения:

http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image076.gif

Теперь для скобки http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image078.gif используем два первых правила:

http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image080.gif

В результате применения правил дифференцирования под штрихами у нас остались только элементарные функции, по таблице производных превращаем их в другие функции:

  
Готово.

При определенном опыте нахождения производных, простые производные вроде http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image078_0000.gifне обязательно расписывать так подробно. Вообще, они обычно решаются устно, и сразу записывается, что http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image085.gif.

Задание № 2

Найти производную функции http://www.mathprofi.ru/f/kak_naiti_proizvodnuju_clip_image087.gif

Желаю успехов!