**Группа Т-22, предмет «Математика»**

**24 - 27. 11. 2020 г.**

**Сюткина Надежда Юрьевна**

**Ответы отправлять на электронную почту: sytkinan@mail.ru**

Задание: выполнить задание № 1.

**Практическая работа № 25**

**Тема: «возведение в степень матриц»**

**Цель:** совершенствование умений возведения в степень матриц.

Количество часов – 2

Возведение матрицы в степень имеет смысл лишь для квадратных матриц (подумайте, почему?). Тогда целой положительной степенью m матрицы A является произведение m матриц, равных A. Так же, как и у чисел. Под нулевой степенью квадратной матрицы A понимается единичная матрица того же порядка что и A. Если позабыли, что такое единичная матрица, гляньте на рис. 3.



Так же, как и у чисел, имеют место следующие соотношения:
AmAk=Am+k
(Am)k=Amk.

**Практическая работа № 26**

**Тема: «решение задач»**

**Цель:** совершенствование умений решения матричных уравнений.

Количество часов – 2

Начнём с простого линейного [**уравнения**](http://mathprofi.ru/uravnenija_v_vysshei_matematike.html), например уравнения  . Оно состоит из математических знаков, чисел и неизвестной «икс». Перенесём «тройку» в правую часть и найдём решение уравнения:


Выполним проверку, для этого подставим найденное значение   в исходное уравнение:


Получено верное равенство, значит, решение найдено правильно.

Про матричные уравнения рассказывать? =) Они устроены практически так же, только вместо чисел… правильно – матрицы (и конечно, числа тоже есть, помним, что матрицу можно умножить на число). Плюс особенные фишки, характерные для действий с матрицами. Всё просто, и особых трудностей возникнуть не должно.

**Общие принципы решения матричных уравнений**

Типовое матричное уравнение состоит, как правило, из нескольких матриц и неизвестной матрицы  , которую предстоит найти. То есть, **решением матричного уравнения является матрица**.

Пример 1

Решить матричное уравнение, выполнить проверку


**Как решить матричное уравнение?**

Фактически нужно использовать алгоритм решения детского уравнения с числами.

В правой части умножаем каждый элемент матрицы на три, а матрицу левой части переносим

направо со сменой знака:


Причёсываем правую часть:


Выразим  , для этого обе части уравнения умножим на  :


Все числа матрицы делятся на 2, поэтому уместно избавиться от дроби. А заодно и от «минуса». Делим каждый элемент матрицы на –2:


**Ответ**: 

**Как выполнить проверку?**

Подставим найденное значение   в левую часть исходного уравнения и проведём упрощения:


Последним действием вынесли «тройку» из матрицы.

Получена правая часть исходного уравнения, значит решение найдено правильно.

Кстати, всегда ли матричное уравнение вообще имеет решение? Конечно не всегда. С ходу привожу простейшее доказательство:  .

Пример, который мы разобрали, элементарен, и, скажу честно, вероятность столкнуться с чем-то подобным на практике невелика. Поэтому перейдём к более содержательным заданиям, которые с вероятностью, стремящейся к 100%, встретятся вам в реальной контрольной работе. Но прежде систематизируем общий ход решения:

**Распространённый алгоритм решения матричного уравнения**

Итак, на голову упал стандартный персонаж, состоящий из нескольких матриц, некоторых множителей и птицы счастья  .

**На первом шаге** уравнение приводится к одному из двух видов:

 либо  , где   – известные матрицы.

***Примечание****: существует также третий вид:* *, но в действительности он встречается крайне редко. Тем не менее, в конце статьи я рассмотрю данный случай.*

Как привести уравнение к виду   или  ?  Все действия вы видели в Примере №1 – это перенос матриц из части в часть, «упаковывание» множителей в матрицы, матричное сложение/вычитание.

**На втором шаге** необходимо выразить   или, выражаясь более академично, *разрешить уравнение относительно*.

1)  . Для того, чтобы разрешить данное уравнение относительно  , умножим обе его части на   **слева**(*здесь и далее предполагаем, что обратная матрица существует*):


***!!! Внимание!****Произведение матриц не перестановочно, поэтому****критически важно****, с какой стороны проводить умножение.*

По [**свойству матричных операций**](http://mathprofi.ru/svoistva_operacij_nad_matricami_matrichnye_vyrazheniya.html): , поэтому:


Единичную матрицу можно убрать :


Чего и требовалось достичь. Матрица   нам не известна.

2)  . Умножаем обе части уравнения на   **справа**:


Согласно [**свойству матричных операций**](http://mathprofi.ru/svoistva_operacij_nad_matricami_matrichnye_vyrazheniya.html) , получаем:


Единичную матрицу убираем:


Готово. Матрица   нам опять же не известна.

Таким образом, на втором шаге решение выражается в виде   либо в виде  .

**Практическая работа № 27**

**Тема: «обратная матрица»**

**Цель:** усвоение понятия обратная матрица.

Количество часов – 2

Это понятие относится к квадратным матрицам. Матрица называется обратной к матрице , если при умножении этих матриц получается единичная матрица того же порядка. *Известно, что при умножении матрицы A на B может получиться другая матрица, чем при умножении B на A.* Однако математики, в частности профессор Белоусов, доказали, что при умножении обратных матриц в результате получается одна и та же матрица, независимо от порядка их умножения. Матрица, обратная к матрица A, обозначается так : A-1 . Введём ещё понятие: вырожденная матрица. Оно означает, что определитель матрицы равен нулю. *Матрица - выродок. А определил это её папа - полный нуль.*А если не равен, то матрица является невырожденной. Математики доказали, что обратная матрица существует тогда и только тогда, когда исходная матрица невырожденная. *Как известно, определитель произведения матриц равен произведению их определителей. Из этого следует, что если хотя бы одна умножаемая матрица вырожденная, то и матрица - произведение вырожденная. Мы, однако, знаем, что определитель единичной матрицы равен единице (раздел), стало быть. она невырожденная.*

Чтобы найти обратную матрицу, можно проделать следущее:
1) Найти определитель исходной матрицы. Если он равен нулю, матрица вырожденная, и обратной к ней матрицы не существует.
2)Транспонировать исходную матрицу.
3)Заменить в получившейся матрице все элементы их алгебраическими дополнениями.
4)Умножить получившуюся матрицу на число 1/A , где A - определитель исходной матрицы.
Однако есть более простые способы.

**Метод нахождения обратной матрицы при помощи элементарных преобразований строк.**

На рис. 16-1, позиция 1) изображена так называемая расширенная матрица. Она состоит из двух подматриц. Слева - исходная, к ней мы будем находить обратную матрицу. Справа - единичная матрица. С ней мы будем проделывать ровно те же операции, что и с исходной матрицей, и в результате исходная матрица превратится в единичную, а единичная - в обратную к исходной.

Операции будем проводить следущие:
**1) Умножение любой строки на число X, не равное нулю.
2) Прибавление любой строки, умноженной на число X, к другой строке. При этом остальные строки не меняются.
3) Перестановка двух строк между собой. При этом остальные строки не меняются**

Почему именно эти операции, и почему в результате получится обратная матрица?



Будем добиваться. чтобы в нули превратились все **недиагональные** элементы сначала в первом столбике, затем во втором, и так далее **(впрочем, это не принципиально)**.
2) Умножили вторую строку на (-3) и прибавили к третьей строке.
3) Поменяли местами первую и вторую строки.
4)Умножили первую строку на (-2) и прибавили ко второй строке.
5) Умножили вторую строку на (-1) и прибавили к третьей строке.
6) Прибавили третью строку к первой строке.
7) Умножили третью строку на -1/2 .
8) Умножили третью строку на 3 и прибавили ко второй. Слева получаем единичную матрицу, справа - обратную к исходной

задание № 1:

 решить матричное уравнение вида: AX=B и выполнить проверку:

 $\left(\begin{matrix}3&7\\2&8\end{matrix}\right)$ X=$\left(\begin{matrix}4&8\\6&2\end{matrix}\right)$