Дата: 01,02,03 ноября 2021

Группа: к-11

Предмет: Математика

Тема: **Иррациональные уравнения**

**Преподаватель:** Леханова Елена Анатольевна

Участвуйте в олимпиаде по математике "Осенний фестиваль знаний 2021" (compedu.ru или на др.)

1. Спишите теорию и 8 решенных уравнений.

2. Решите самостоятельно 15 уравнений.

**Иррациональные уравнения**

*Иррациональным уравнением называется уравнение, содержащее неизвестное под знаком корня.*

При решении иррациональных уравнений применяют метод возведения в степень обеих частей уравнения и метод введения новой переменной (замены переменной).

Следует учесть, что при возведении обеих частей уравнения в чётную степень возможно появление посторонних корней. В этом случае обязательна проверка найденных корней подстановкой в исходное уравнение. Необходимо иметь в виду, что избавиться от иррациональности вида n

можно возвести в степень n,так как (nn=b. Этим приёмом нельзя избавиться от иррациональности в выражении  n+с.

*I. Уравнения, содержащие квадратные корни.*

*Для решения таких уравнений надо:*

*1) возвести обе части уравнения в квадрат;*

*2) упростить полученное уравнение;*

*3)при необходимости ещё раз возвести в квадрат и т. д. до тех пор, пока не получится уравнение, не содержащее корни.*

*4) решить это уравнение;*

*5) сделать проверку или определить область допустимых значений для неизвестного числа; отобрать соответствующие корни (решения)*

*6) записать ответ.*

**Пример 1.** Решить уравнение =2х-1

*Решение.*

В левой части уравнения находится только квадратный корень. Возьмём обе части уравнения в квадрат:

()2=(2х-1)2

х2+5х+1= 4х2-4х+1

3х2-9х=0

Х2-3х=0

х(х-3)=0

х1=0; х2=3

Проверка:

х1=0:=1; 2·0-1=-1; 1≠-1 =>х1=0 не является корнем уравнения (посторонний корень).

х2=3: =5; 2·3-1=5; 5=5.

***Ответ***: *х*=3.

**Пример 2.** Решить уравнение

*Решение.*

2 )2

2х-3=х-2

2х-х=3-2

Х=1

Проверка:

Х=1: не существует => х=1-посторонний корень. Поэтому данное уравнение не имеет решений.

***Ответ***: решений нет.

**Пример 3.** Решить уравнение  -х=4х-4

*Решение.*

Оставим в левой части только слагаемое с квадратным корнем

=х+3х-4

=4*х*-4

2=(4х-4)2

10+х+х2=16х2-32+16

15х2-33х+6=0

Получили квадратное уравнение, решим его.

D=

D=332- 4·15·6=1089-360=729

Х12

Х12 х1=2; х2=0,2

Проверка:

х1=2: -2 = - 2= 4- 2=2; 3·2-4=2; 2=2

х2=0,2: = -0,2=3,2-0,2=3; 3·0,2-4=0,6-4= -3,4;

3≠-3,4 => [[1]](#footnote-2)х2=-3,4- посторонний корень.

***Ответ***: *х*=2.

**Пример 4.** Решить уравнение

*Решение.*

Возьмём обе части уравнения в квадрат:

()2=(х+3)2

( )2 =(х+3)2

(х+6)(13-3х) = (х+3)2

13х-3х2+78-18х=х2+6х+9

4х2+11х-69=0

х1=3; х2=

Проверка:

х1=3: ·=3·2=6 3+3=6; 6=6.

х2= ·= -

х2= - посторонний корень

***Ответ***: *х*=3.

**Пример 5.** Решить уравнение - =2

*Решение.*

Здесь нельзя избавиться от иррациональности сразу. Возведение обеих частей равенства в квадрат приводит к новому иррациональному уравнению.

( -)2 =22

4х+8-2·+3х-2=4

7х=2=2·

Возводим ещё раз в квадрат:

(7х+2)2=(2· )2

49Х2+28Х+4=4·(4Х+8)(3Х-2)

49Х2+28Х+4=4·(12х2-8х+24х-16)

х2-36х+68=0

х1=34; х2=2

Проверка:

х1=34: - =

х2=2: - = .

***Ответ***: *х*=34; х2=2.

**Пример 6.** Решить уравнение =.

*Решение.*

( )3 =( )3

2х+7=3х-3

2х-3х=-3-7

-х=-10

х=10

Заметим, что в данном случае проверка необязательна, так как использовался метод возведения обеих частей в нечётную степень, при котором посторонние корни не появляются.

***Ответ***: *х*=10.

**Пример7.** Решить уравнение 4 =х

*Решение.*

(4 )4 = (х)4

25х2-144=х4

х4-25х2+144=0 - биквадратное уравнение.

Пусть х2=у , тогда у2-25у+144=0

Находим у1=16; у2=9. Поэтому: х2=16 => х1,2=±4 и

х2=9=> х3,4=±3

Проверка: х1=4: 4 = =4; 4=4.

х2=-4: 4 = =4; 4≠-4=> х2=-4 - посторонний корень.

х3=3: 4 = =3; 3=3.

х4=-3 4 = =3; 3≠-3- посторонний корень.

***Ответ***: *х1=4;х2=3.*

**Пример8.** Решить уравнение + =12.

*Решение.*

Пусть = у, тогда = ( )2=у2 .

Поэтому *у2+у-12=0; у1=3; у2=-4*

1) =3

2х+1=34

2х+1=81

2х=80

х=40.

2) =-4. Это уравнение не имеет корней, так как

≥0, а число (-4)˂0.

Проверка: *х=40:* += + =9+3=12; 12=12.

***Ответ***: *х=40*

**Пример9.** Решить уравнение   
  
*Решение.*

Область определения уравнения: х≠±13.

Пусть = *у,* тогда   
   
у≠0.

Поэтому =

3у2-10у+3=0; у1=3; *у2=* . Отсюда:

1) 3;

*х+*13=27·(х-13);

х+13=27х-351

26х*=*364

х1=14;

2)

27·(х+13)=х-13

27х+351=х-13

26х=-364

х2=-14.

***Ответ***: *х1=14; х2=14.·*

**Упражнения для самостоятельной работы**

Решить уравнения:

1. =-х-1;

2.- =0;

3.-х=1;

4. - =х+1;

5.-4=х;

6. + =3;

7. + =

8. х2=

9.+ =20;

10. 2 =5· -18=0;

11. +2· =3;

12. =4;

13. - =2-;

14. =12-

15. - 2 = х.

***Ответы:***

1.х=-6; 2.х=1;

3. х1=2, х2=0; 4. х=1;

5. х1=-1, х2= ; 6.х=1;

7. х=-1; 8.х1,2=, х3,4=;

9. *х=256; 10. х=-63;*

11. ; 12. *х=-1;*

*13. х=7 ; 14. х=68;*

*15. х=1*

1. [↑](#footnote-ref-2)